LSQ (DEBUG, HETERO, INST= 操作変数のリスト, ITERU,
COVU=OWN あるいは 残差共分散行列名, 非線形オプション)
方程式名のリスト ;

機能：

LSQは一本以上の線形あるいは非線形方程式の最小二乗推定か, 最小距離推定を行います. これらの推定法は, オプションによって操作変数推定法に代えることもできます. LSQ は非線形最小二乗推定, 非線形二段階最小二乗推定, あるいは操作変数推定, 方程式間の制約をともなう多重非線形回帰, 見かけ上無関係な回帰(SUR), 非線形三段階最小二乗推定などを計算できます. この様な推定法における方程式は, 変数と係数に関して線形でも非線形でもかまいません. 方程式間の制約も任意におけます. LSQ は SUR, 3SLS, THSLS, GMM などのコマンドによっても使用することができます.

使用法:

LSQには4つの基本的な推定量が含まれます. 単一あるいは多重方程式の最小二乗法, 単一あるいは多重方程式の操作変数法の4つです. これらはすべて次のような一般的な形式を持つ距離関数を, 反復計算によって最小化する方法です.

$$f(y,x,b)'[S^{-1} \otimes H(H'H)^{-1}H']f(y,x,b)$$

この式で, $f(y,x,b)$ は非線形モデルからの縦に詰め込まれた(Stacked)残差ベクトルです. S は重み付き回帰に使われる残差共分散行列の現在の推定値, H は操作変数の行列です.

$f(y,x,b)$の形は, FRMLとしてユーザによって与えられ, 正規化されていないもの(=がない $f(y,x,b)$ の形)か, 正規化されている($y = f(x,b)$ の通常の形)になります. 後者の形から, プリントされるモデルの良否を説明する方程式ごとの統計量が計算されます.

特定の推定量を得るためには, この距離関数について様々な仮定が設けられます. この仮定は以下で説明します.

非線形単一方程式最小2乗法: この場合は, 操作変数がありません(H は単位行列)し, S は1とされます. 従って, 目的関数は残差平方和となります. この関数を最小化することは, 誤差項の正規性の仮定のもとで最尤推定量を得るのと同等です.

このモデルを推定するときのLSQの設定の仕方は, LSQに続いて括弧の中にオプションを指定します. そして最後に方程式名を並べます. NONLINEARコマンドで使える通常のオプションは総て使うことができます(オプションについては, このマニュアル中のNONLINEARの項を参照して下さい).

非線形2段階最小2乗法: この場合, H はINSTオプションから形成された操作変数の行列です. S はここでも1となる事が仮定されます. この推定法は, 参考文献にあげられているAmemiya(1974)で説明されています. もしモデルが線形なら, 通常の2段階最小2乗法が使われます.

非線形多変量回帰: この場合は, 操作変数は用いられず(H 行列は単位行列), S は推定されるか固定されるかどちらでも可能です. この推定量は2つの全く異なる目的関数から計算できます. まず, LSQコマンドが操作変数なしで, かつ複数の方程式で指定されていれば, 最尤推定量が計算されます(デフォールト). この

推定量は, 多変量の尤度関数から共分散行列のパラメーターを集約して, 残差共分散行列の行列式の対数の負値を最大化して得られます. この推定量は, 誤差項が多変量正規分布にしたがい, かつ観測時点毎に等しく分布していれば有効です.

MAXITW=0 のオプションを使えば, 非線形多変量回帰方程式の最小距離推定量を得ることができます. この推定法では, 目的関数は上で与えられた距離関数ですが, 操作変数行列Hは単位行列です. S 行列は, WNAMEオプションで与えられます. S 行列は単位行列でも良く, その場合は各式は(方程式間の制約を除いて) 別々に推定されます. あるいは前もって行われた推定結果からこの行列を定めてもよいし, (WNAME=OWN オプションを使えば,) パラメータから推定することもできます. S 行列は, つねに対称で次元は方程式数で決まります.

非線形多変量回帰モデルの標準的なのSUR推定量(見かけ上無関係な推定量)を得るためには, SURコマンドを使って下さい. これはLSQコマンドの特別な形式です. LSQ法 のSUR変形法は, モデル中の係数の単一方程式推定量を求め, この推定量を使って残差共分散行列の一致推定量を得ます. 次に, 先に示された目的関数をbに関して最小化します. もしモデルが線形ならば, この方法は2段階最小2乗法になります(反復数は2回だけです).

非線形3段階最小2乗法: この推定量は先に示された目的関数を, S は計算されたあるいは他から与えられた残差共分散行列の一致推定量, Hは方程式数を次元とする単位行列と操作変数行列のクロネッカー積として使います. つまりすべての式にすべての操作変数が使われることを意味します.

3段階最小2乗法は2つの異なった方法で計算できます. 先ず第1は, WNAMEのオプション, INSTのオプション, そして複数の方程式名, を指定してLSQを使えば, 与えた s 行列を用いて3段階最小2乗推定量が計算されます. 別の方法としては, INSTオプションを使ってLSQの3SLS型を使えば, LSQは自動的にパラメータの非線形2段階最小2乗推定量を計算し, この結果を使って残差共分散行列 S の一致推定量を求め, 最後に3段階最小2乗推定量を計算します.

これらの推定法を利用するためには, まずFRMLによって推定される方程式を定式化しないといけません. 次にパラメータに名前をつけ, PARAMによって初期値を設定します. 複数の方程式に現れるパラメータは同一だと仮定されます. したがって, 線形制約が当てはめられるわけです. LSQでは方程式は正規化されていないといけません. つまり左辺の変数の係数は1でないといけません. しかし左辺の変数を0の系列として, 右辺を残差の形で設定することも可能ですが, (正規化に対して不変であるFIMLとは反対に) 推定値は書かれた方法によって不変ではありません. 通常の応用は方程式間に制約があったり操作変数を許す一階条件あるいはオイラー方程式の直接推定ですから, 正規化の影響は重要ではないでしょう.

LSQはモデルが線形か非線形かを判定します. もしモデルがパラメータに関して線形ならば, その旨をプリントします. そして反復計算は行いません.

オプション:

COVU= 残差共分散行列(旧WNAME=オプションと同じ)

DEBUG/**NODEBUG** モデルの計算の詳細を反復毎に印刷するかどうか指定します. このオプションは大量のアウトプットを生ずるために, システムプログラマがTSPを改良しているときを除いて, 指定することは推奨できません.

INST= (操作変数のリスト) このオプションが指定されていれば, 単一方程式の推定については, LSQは非線形2段階最小2乗法あるいは操作変数推定法になります. もし複数の式があるならば, 非線形3段階最小2乗法になります. 与えられた操作変数は, 全ての方程式の推定に使われます. 操作変数の選択に関しては, このマニュアルのINSTのセクションと, 参考文献をご覧下さい.

ITERU/**NOITERU** はCOVU行列のイタレーションを指示します. 旧MAXITW=オプションと同じ機能があります.

MAXITW= 残差共分散行列に含まれるパラメーター推定の反復回数を定めます. もしMAXITWが0ならば, 残差共分散行列はWNAME=によって与えられた初期値(WNAMEで指定する)に固定されます. このオプションはトランスログモデルのようなシェアモデルで, どの方程式を落としたのかには不変の推定値を得るために用いられます.

HETERO/**NOHETERO** 異分散一致標準誤差を用いるようにします. 自己相関一致標準誤差についてはGMM(NMA=)コマンドを参照して下さい. 以前のROBUSTオプション, あるいはHCOV=Rと同じです.

WNAME= 残差共分散行列の初期値に使われる行列の名前を与えます.

WNAME=OWN 残差共分散行列の初期値として, 方程式中に含まれる係数の1回目の推定量を使って計算された残差共分散行列が使われます. もしWNAME=のどちらのオプションも指定されなければ, 単位行列が初期行列として使われます.

NONLINEARのオプション: このマニュアルのNONLINEARのセクションで解説されるオプションで, 反復計算の方法や印刷を指定します. 共通オプションの例としては, MAXIT, MAXAQZ, PRINT/**NOPRINT**, そしてSILENT/**NOSILENT** などがあります.

HITER= での有効な選択は, G (GAUSS)です. 標準誤差を計算する際には, HCOV=Gがデフォールトの方法になります. R(ROBUST) も利用できます. HITER=D は現在使用できません.

例:

U.S.経済について, 次の例示用モデルが与えられているとします.

```
FRML CONSEQ CONS = A+B*GNP ;
FRML INVEQ I = LAMDA*I(-1) + ALPHA*GNP/(DELTA+R) ;
FRML INTRSTEQ R = D+F*(LOG(GNP)+LP-LM) ;
FRML PRICEQ LP = LP(-1)+PSI*(LP(-1)-LP(-2))+PHI*LOG(GNP)+TREND*TIME+PO ;
PARAM A B LAMDA ALPHA D F PSI PHI TREND PO ;
CONST DELTA 15 ;
```

与えられたモデルには4本の方程式が含まれています. 推定されるパラメータは, A, B, LAMBDA, ALPHA, D, F, PSI, PHI, TREND, PO です. モデルには7つの変数, CONS, GNP, I, R, LP, LM, TIME と一つの別の操作変数 G があります. 投資関数を非線形最小2乗法で推定するために, 次のコマンドを用います.

```
LSQ (NOPRINT, TOL=.0001) INVEQ ;
```

次のコマンドによって, 多変量回帰によりモデル全体を一括して推定することができます. ただし, これらの推定値は, (方程式の右辺に内生変数があるために)モデルの同時性による一致性のない結果が生じます.

```
LSQ (MAXIT=50) CONSEQ INVEQ PRICEQ INTRSTEQ;
```

次の例は, パラメータの初期値を基にした加重行列を使った, モデルの3段階最小2乗推定値を計算します.

```
LSQ (INST=(C,LM,G,TIME)) CONSEQ ;
LSQ (INST=(C,LM,G,TIME)) INVEQ ;
LSQ (INST=(C,LM,G,TIME)) INTRSTEQ ;
LSQ (INST=(C,LM,G,TIME)) PRICEQ ;
LSQ (INSR=(C,LM,G,TIME), WNAME=OWN, METHOD=CEAB) CONSEQ, INVEQ, INTRSEQ, PRICEQ ;
```

途中の2段階最小2乗法による推定結果をプリントせずに, 同じ3段階最小2乗法の結果を次のコマンドで得ることができます.

```
3SLS (INST=(C,LM,G,TIME),METHOD=CEAB) CONSEQ, INVEQ, INTRSTEQ, PRICEQ ;
```

方程式間の制約を使う例については, LIST コマンドを参照して下さい.

アウトプット:

LSQ は結果をデータ領域にも保存します. パラメータの推定値は, パラメータ名のもとで保存されます. もし RESID オプションがオン (デフォルト) なら, 従属変数の計算値と残差が保存されます. 更に, 次の結果が記憶域に保存されます.

名前	タイプ	長さ	変数の説明
@RNMS	リスト	パラメータ数	パラメータ名.
@LOGL	スカラー	1	(使用されていれば) 尤度関数の対数値
@TR	スカラー	1	(最小距離推定法の場合) COVT のトレース
@PHI	スカラー	1	E'HH'Eで, 操作変数法の目的関数
@IFCONV	スカラー	1	収束状態. (1は成功)
@FST	スカラー	1	単一方程式に関する F 統計量
@GRAD	ベクトル	パラメータ数	収束時における目的関数の導関数
@COEF	ベクトル	パラメータ数	パラメータの推定値 (各パラメータ名でも保存)
@SES	ベクトル	パラメータ数	推定された係数値の標準偏差
@SSR	ベクトル	方程式数	各方程式の残差平方和. ベクトルで保存.
@YMEAN	ベクトル	方程式数	各方程式の従属変数の平均値. ベクトルで保存.
@SDEV	ベクトル	方程式数	各方程式の従属変数の標準偏差. ベクトルで保存.
@S	ベクトル	方程式数	各方程式の標準誤差. ベクトルで保存.
@DW	ベクトル	方程式数	各方程式のダービン・ワトソン値. ベクトルで保存.
@RSQ	ベクトル	方程式数	各方程式の R^2
@ARSQ	ベクトル	方程式数	各方程式の修正済み R^2
@COVU	行列	方程式数×方程式数	残差共分散行列.
@W	行列	方程式数×方程式数	COVU の逆転行列の行列平方根. 上三角行列
@COVT	行列	方程式数×方程式数	変換された (重み付) 残差
			最尤推定法の場合, 観測値数×単位行列
@VCOV	行列	パラメータ数×パラメータ数	推定された係数値の, 共分散行列の推定値
@RES	行列	観測値数×方程式数	残差=(従属変数の) 実際値–計算値
@FIT	行列	観測値数×選択肢数	従属変数の計算値. 行列で保存

通常のLSQのアウトプットは, 方程式のリストから始まり, つぎにモデル中のパラメータに関する線形性を検討します (線形の場合は, 計算が簡単です). 線形性が見つかればメッセージがプリントされます. LSQ によって使われる作業領域も同様にプリントされます. もしモデルを拡張したいならば, この領域を実行結果の最後に印刷された領域と比較して, どのくらい余裕があるか知ることができます.

つぎにLSQはパラメータに関する定数と初期条件をプリントします. そして反復計算毎のアウトプットが続きます. もし PRINT オプションが指定されていなければ, このアウトプットは, 初めの尤度関数値, 最後の値, ステップサイズの探索における縮小の数 (ISQZ), 最終的なステップサイズの幅, そして反復計算が旨くいけば0に急速に収束すべき判断基準などからなる数値で, 一行しかありません. この判断基準は, ヘッセ近似法での傾きのノルムです. 収束すれば0に近くなります.

PRINT オプションが指定されていれば, LSQ は反復計算の初めにおける係数推定値の値と, 修正方向のベクトルをプリントします. この結果は簡便な表で示されるため, 問題のある係数を簡単に見いだすことができます.

LSQ は, (収束してもしなくても) 推定結果を印刷します. この印刷は, プリントオプション (PRINT, NOPRINT, SILENT) が指定されているかどうかにかかわらず実行されます. 方程式名, 内生変数名, 目的関数の値, 構造式の誤差共分散行列の推定値などが印刷されます. もし操作変数方が使われていたならば, 目的関数は $E'HH'E$ と名付けられています. もし最小距離推定法が使われていれば, 重み付きの残差共分散行列のトレース, つまり $(f(y,b)'[s^{-1} \otimes I]f(y,b))$ が目的関数になります. 他の場合には, 尤度関数の対数値の記号を変えた値が目的関数になります.

続いて, (省略されていなければ) 係数推定値と近似的な標準誤差の表をプリントします. LSQ は, 個々の式に対していくつかのあてはまりの良さを示す統計量をプリントします. 残差平方和, 標準誤差, 従属変数の平均と標準偏差, 観測値数, そしてダービン・ワトソン比などです. これらの統計量の計算法については, ユーザース・マニュアルの回帰に関するアウトプットセクションで説明されています.

方法:

LSQで使われる計算法は, 一般化 GAUSS-NEWTON 法です. この方法は, NEWTON 法を平方和の問題に応用した方法で, 目的関数の最小値付近においては, 残差平方和が非常に小さいという性質を利用しています. このために, 目的関数のヘッセ行列はモデル中の方程式の導関数の外積によって良く近似できます. ’一般化 ’の意味は, 目的関数に単なる平方和ではなく, 定数からなる重み付行列が含まれているからです.

TSP での GAUSS-NEWTON 法は, モデルの解析的な一次導関数を使います. したがって, 推定される方程式は微分可能でなくてはいけません. つまり, 論理表現とか, 微分不可能な関数は推定式に含むことができません. この方法は, パラメータの初期値が比較的よい値であれば, 最も簡単で最も計算の早い方法の一つです. もし関数が高度に非線形か, パラメータが正しい答えからひどく離れている場合は, この方法が基本的には関数の局所での性質に依存しているため, 計算上の困難が生じます. この問題は, 通常 TSP のエラーメッセージによって知ることができます. 計算機は暫くの間計算を継続しますが, これ以上の改良がない場合には, 推定を中断します. もしこの様な状況に出会った場合は, よりよい初期値を得るために一度に少しのパラメータだけを推定するように工夫すれば, 大体解決の糸口が見つかります. 他のパラメータを特定の値に固定するためには, CONST を使うといいでしょう.

推定法の詳細については Berndt, Hall, Hall, and Hausmann を参照して下さい.

参考文献:

Amemiya, Takeshi, “The Nonlinear Two-Stage Least-Squares Estimstor,” **Journal of Econometrics,** July 1974, pp. 105-110.

Amemiya, Takeshi, “The Maximum Likelihood and the Nonlinear three-Stage Least Squares Estimator in the General Nonlinear Simultaneous Equation Model,” **Econometrica,** May 1977, pp. 955-966.

Berndt, E. K., B. H. Hall, R. E. Hall, and J. A. Hausman, “Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models,” **Annals of Economics and Social Measurement,** October 1974, pp. 653-665.

Chamberlain, Gary, “Multivariate Regression Models for Panel Data,” **Journal of Econometrics,** 18, 1982, pp. 5-46.

Jorgenson, Dale W. and Jean-Jacques Laffont, “Efficient Estimation of Nonlinear Simultaneous Equations with Additive Disturbances,” **Annals of Economics and Social Measurement,** October 1974, pp. 615-640.

Judge et al, **The Theory and Practice of Econometrics,** 1980, John Wiley and Sons, New York, Chap. 7.

Maddala. G. S., **Econometrics,** 1982, McGraw-Hill Book co., New York, pp.174-175, 470-492.

Theil, Henri, **Principles of Econometrics,** John Wiley and sons, New York,1971, pp. 294-311.

White, Halbert, "Instrumental Variables Regression with Independent Observations," **Econometrica,** 50, March 1982, pp. 483-500.

Zellner, Arnold, "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests of Aggregation Bias," **JASA,** 57, (1962), pp.348-368.