
ARCH(E2INIT=方法, GT=ウェイト系列のリスト, HEXP= λ の値,
 HINIT=方法, MEAN, NAR=通常の ARCH の AR 項の数,
 NMA=GARCH に対する MA 項の数,
 RELAX, ZERO, 非線形オプション)
 従属変数 [独立変数のリスト];

機能:

ARCH は、自己回帰条件付き分散不均一性 (AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) のある回帰モデルを推定します (Robert Engle が提唱)。線形回帰から GARCH-M までのどんなモデルでも推定します。ARCH モデルは標本の残差の分散が変動する (しかし依然として条件付き平均がゼロである) 場合を認めます。これは AR(1) モデル、あるいは残差がゼロの条件付き平均でない一般的なトランスファー関数モデルと対照的です。ARCH モデルは、しばしば為替レートの変動や株価市場の収益率のモデル化に使われています。

方法:

TSP で推定する ARCH (GARCH-M) の一般型は、次の式によって与えられます (McCurdy and Morgan 参照)。

$$\begin{aligned}
 y_i &= \sum_{i=1}^{NX} \gamma_i x_{it} + \theta f(h_t) + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, h_t) \\
 f(h_t) &= \begin{cases} h_t^\lambda & \text{if } \lambda \neq 0 \\ \log h_t & \text{if } \lambda = 0 \end{cases} \\
 h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{NAR} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{NMA} \beta_j h_{t-j} + \sum_{k=1}^{NGT} \phi_k g_{kt}
 \end{aligned}$$

最初にするのは ARCH あるいは GARCH プロセスの次数の識別です。Bollerslev は OLS の平方残差を計算し、これらの平方残差に標準的な Box-Jenkins 法 (TSP では BJIDENT) を用いる方法を示しました。また、いくつかの ARCH モデルを推定し、尤度比検定を用いて適切な式を決めることもできます。

すべてのモデルは、(通常は解析的な 1 次微分と 2 次微分を用いた) 最尤法で推定されます。 h_t と ε_t^2 の標本以前の値は HINIT や E2INIT オプションで指定された方法で初期化されます。

ARCH は SMPL にギャップがあると計算できません。その代わり、計算値から外れ値のある観測値を除くのにダミー変数 (右辺の変数とし、GT=を使って) を用います。

γ の既定の初期値は OLS の勾配係数から得られ、他方 α_0 と標本以前の $H(i)$ は (HINIT=ESTALL が用いられた場合) σ^2 の OLS ML 推定値から出発します。その他のパラメータは 0 にセットされます。これらの既定値は NAR=0 と NMA=0 以外のすべてのモデルに適用されます。この場合、(OLS の鞍点解に誤って収束するのを防ぐため) $\alpha_0 = 0$ と $\beta_1 = 1$ が用いられます。この既定値は、もし @START ベクトルがユーザーから与えられれば書き直される場合があります。(各パラメータに対する値は、最後の例を見て下さい。)

負やゼロとか無限の分散になるという数値的な問題を避けるために、いくつかの制約が ARCH パラメータに置かれます.

$\theta, \alpha_i, \beta_j$ は 0 と 1 を含む区域に制限される. HINIT=STEADY のとき α_i と β_j の和は < 1 .

$\alpha_0 \geq 0$

$\phi_k \geq 0$

$H(i) \geq 0$ (θ が推定されない場合)

$H(i) > 0$ (θ が推定される場合)

$h_t > 0$

ZERO/NOZERO オプションを用いて、境界に対する手法を制御します (以下のオプションの項を参照). もしパラメータが収束するように境界をつけると、その標準誤差は他の推定値をその条件付きにするためにゼロと置かれます. この場合、ML 解の内側でチェックするために別の何らかの非境界的な初期値を試すのは賢い方法です (最後の例を参照).

オプション:

E2INIT=HINIT or **INDATA** or **PREDATA** は ε_t^2 の標本前の値を初期化する方法を指定します. 既定の HINIT は (現在の HINIT オプションで与えられるように、その無条件期待値である) h_t に対して同じ値をセットします. INDATA は現在の標本の最初の NAR 個の観測値を残差とその 2 乗値の計算のためにとっておきます (これは TSP 4.3 以前での既定値でした). PREDATA は現在の標本以前の NAR 個の観測値をその 2 乗残差を計算するのに用います (そのような観測値がない場合、現在の標本からいくつかの観測値を用います).

GT= ウェイトする系列 g_{kt} . これらの系列に対して推定された係数は PHI_系列1, PHI_系列2, 等のような名前がつけられます. C は GT リストに含めては行けません. これは α_0 を通じて h_t にすでに含まれているためです. GT が NAR や NMA なしに用いられている場合、モデルは TSP では OLS-W あるいは OLS-M と呼ばれます. ϕ に対する制約を緩めるには、RELAX オプションを使って下さい.

HEXP= 回帰方程式における条件付分散 h_t の指数の値. HEXP の既定値は 0.5 で、これは攪乱項がその標準偏差に依存していることを意味します.

HINIT= ESTALL or OLS or **SSR** or **STEADY** or h_t の標本以前の値を初期化を指定する値. ESTALL はそれらをニューズパラメータとして推定する ($H(0), H(-1)$, の様に名前がつけられる). これは TSP 4.3 以前では既定オプションでした. OLS は OLS からの σ^2 の初期の ML 推定値で固定する. 既定値である SSR は SSR/T に等しくおき、ここで SSR は現在のパラメータからの残差平方和である (Fiorentini et al (1996)). STEADY はそれらをその定常状態の値 $h_0 = \alpha_0 / \{1 - (\sum_{i=1}^{NAR} \alpha_i + \sum_{j=1}^{NMA} \beta_j)\}$ に等しくおく. ここで、分母は厳密に正であり、 $\phi_k g_{kt}$ の期待値はゼロであることが期待されます. ユーザーは任意の固定値を指定することもできます.

MEAN/NOMEAN は $\theta f(h_t)$ 項が回帰式に現れているかどうかを決めます. これはアウトプットでは THETA となります. MEAN は GARCH-M, ARCH-M あるいは OLS-M モデルを指し、GT, NAR, NMA オプションが必要です. θ に対する制約は必要なら RELAX オプションによって緩めることができます. HEXP オプションを参照のこと.

MNA= h_t がその過去の値に依存する項の数です. これらの係数はアウトプットでは BETA1, BETA2, 等のようになります. これは GARCH モデルを指します.

$NAR = h_t$ がその過去の2乗した残差値に依存する項の数です。これらの係数はアウトプットでは ALPHA1, ALPHA2, 等ようになります。これは $NMA=0$ なら、純粋な ARCH モデルを指します。

RELAX/NORELAX θ と ϕ の制約を緩和します。

ZERO/NOZERO はパラメータに制約を課す方法を指定します。既定値である ZERO オプションを用いると、試行値が境界を越えるとパラメータは境界値に等しくセットされます。ZERO は h_t のような厳密な不等号制約のあるパラメータに適用しては行けません。NOZERO の場合は、境界を越えると (制約が満たされるまで) ステップサイズを細かくします。NOZERO は ZERO よりもずっと遅いように思えます。

非線形オプション これらのオプションはイタレーション法とプリントを制御します。これらについては本マニュアルの NONLINEAR の部分を参照して下さい。共通のオプションのうちいくつかは、MAXIT, MAXSQZ, PRINT/NOPRINT, SILENT/NOSILENT です。

既定のヘッセ行列の選択は、HITER=N と HCOV=W です。B, F, D のようなその他の選択は有効ですが、Fiorentini et al(1996) は HITER=N は収束が早く、HCOV=W は非正規攪乱項に対して頑健である標準誤差になることを示した。

注意: 何もオプションを指定しないと、GARCH(1,1) モデルが推定されます。

例:

```
ARCH(NAR=4) Y C X;           ? 標準的な ARCH
ARCH Y C X;                  ? GARCH(1,1) (既定値)
ARCH(NMA=1,NAR=3,MEAN) Y C X; ? GARCH-M
ARCH(GT=(G1,G2,G3),MEAN) Y C X; ? OLS-M
```

GARCH(0,1): ここで、これらのモデルで可能性のある $\beta_1 = 1$ での解を無視するある別の初期値を試してみよう。@COEF と @START のパラメータの順序は以下でアウトプットで記述されている。最初の3つのパラメータは、 γ で、最後の3つは $\alpha_0, \beta_1, H(0)$ である。

```
ARCH(NMA=1) DF C DF2 MHOL;
COPY @COEF @START;
SET @START(4)=.02;      ?ALPHA0
SET @START(5)=.5 ;      ?BETA1
ARCH(NMA=1) DF C DF2 MHOL;
```

単変量と多変量のその他の形の GARCH モデルは ML と ML PROC で推定することができる。TSP User's Guide と web page <http://www.tspintl.com> を参照のこと。

アウトプット:

タイトルがプリントされ、オプションに基づいて OLS, OLS-W, ARCH, ARCH-M, GARCH, GARCH-M 推定が示されます。標準的なイタレーションの出力が初期値などと共に続きます。次ぎに、標準的な回帰出力がプリントされますが、唯一の相違は付加的な係数です。推定された係数の順序は、 $\gamma, \theta, \alpha, \beta, \phi, H(i)$ です。 h_i は @HT で保存されます。

参考文献:

Bollerslev, Tim, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," **Journal of Econometrics**, 31, 1986, pp. 307-327.

Engel, Robert F., "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation," **Econometrica**, 50, 1982, pp.987-1007.

Maddala, G.S., **Econometrics**, 1977, McGraw-Hill Book Co., New York, p.362.

McCurdy, Thomas H., and Morgan, Ieuan G., “Testing the Martingale Hypothesis in Deutsche Mark Futures with Models Specifying the Form of Heteroscedasticity,” **Journal of Applied Econometrics**, 3, 1988, pp.187-202.