
AR1(OBJFN=EXACTML or GLS,
 METHOD=CORC or HILU or ML or MLGRID,
 RMIN= ρ の最小値, RMAX= ρ の最大値,
 RSTART= ρ の初期値, RSTEP= ρ のきざみ, TSCS,
 INST=(操作変数のリスト), FAIR, 非線型オプション)
 従属変数 説明変数のリスト;

機能:

AR1 は、誤差項に系列相関がある回帰モデルの推定値を得ます。これらの推定値は、方程式の攪乱項が 1 階の自己回帰過程に従えば、有効性があります。推定値は 2 種類の異なる目的関数の 1 つを用いて得ることが出来ます：厳密最尤法（系列相関係数が -1 と 1 にあるという制約を与えることによって定常性を仮定し、推定で最初の観測値を利用する）、あるいは最初の観測値を落とす GLS 法です。

使用法:

誤差項の 1 階の系列相関を修正した回帰方程式の推定値を得るためには、OLSQ コマンドと同じように AR1 コマンドを用いることができます。PDL(多項式分布ラグ) 変数も AR1 ステートメントに含めることができます。これらの変数の指定の仕方についての詳細は PDL の項を参照して下さい。TSP は自動的に推定前に 1 つ以上の変数に対して欠測値のある観測値を削除します。

オプション:

FAIR/NOFAIR は、系列相関修正と結びつけた操作変数推定を行うときに、ラグ付き従属変数と説明変数を操作変数に自動的に加えるかどうかを指定します。

INST = 操作変数のリスト。このリストには、操作変数として使いたいその他の外生変数と共に、定数項やタイムトレンドのような方程式に含まれるすべての外生変数を含めるべきです。FAIR オプションを使って任意の操作変数を加えた後で、少なくとも推定される係数の数（方程式内の独立変数の数、プラス ρ に対する 1）と同じだけの操作変数がなくてはなりません。OBJFN=GLS が指定されている場合は、実際にラベル付けられている目的関数は $E'PZ * E$ です。FORM と LSQ がある場合の AR1 推定値を再生する方法については例を参照して下さい。

Fair は系列相関修正と結びつけた操作変数推定を行うときに、一致推定値を得るためには操作変数リストにラグ付き従属変数と説明変数を加えるべきであると以前に述べています。TSP は、FAIR オプション（既定値）を用いているときはそれらを自動的に加えます。もし異なる操作変数のリストを指定したい場合は、NOFAIR オプションでこの機能を削除して下さい。

Fair はこの提案を 1984 年に引っ込みました。Buse(1989)によって反証されていますが、一貫性に対するいろいろな操作変数は推定された ρ による準階差 (Theil の G2SLS) を含んでいますが、この方法は手計算で行うには面倒です。Buse はさらにこの場合における漸近的に最も有効な推定量 (S2SLS) は、ラグ付きの除かれた外生変数も同じく含んでいますが、彼は小標本ではこれはすぐに自由度を使い尽くしてしまうことを警告しています。G2SLS 推定は S2SLS よりも少ない操作変数しか必要としません。この方法は今後のバージョンで提供する予定です。

METHOD=ML or MLGRID or CORC or HILU は、以前のバージョンでは推定アルゴリズムを指定するのに用いられていました。これは今後は OBJFN= オプションで指定します。METHOD=ML or MLGRID は OBJFN=EXACTML を意味しており、他方 METHOD=CORC or HILU は OBJFN=GLS を意味しています。METHOD=ML は以前は Beach and McKinnon のアルゴリズムを用いていました。他方、METHOD=CORC は Cochrane-Orcutt アルゴリズムを用いています。今後はイタレーションは Newton-Raphson アルゴリズム (非線型オプションでの HITER=N) を用いて計算しており、この方法は quadratically に収束する (Beach and McKinnon と大体同じスピードであるが、Cochrane-Orcutt よりはもっと正確でずっと早い)。METHOD=HILU は単純な格子探索法である Hildreth-Lu 法を用いている。

OBJFN=EXACTML or GLS は目的関数を指定します。EXACTML は最初の観測値をとっておき、定常性を保証するヤコービアン項 $\log(1 - \rho^2)$ を含んでいます。GLS は最初の観測値を落とし、定常性を課しません。 ρ 階差方程式での非線型最小2乗法と同じで、「条件付き ML」(最初の残差での条件付き)として書くこともできます。

EXACTML は通常の既定の方法ですが、右辺にラグ付き従属変数があると、この場合は EXACTML は小標本バイアスがあるので GLS が既定の方法になります。

GLS は最初の格子探索を開始値の位置で初めて、潜在的な多重局所極大値が存在します。この多重局所極大値は、特にラグ付き従属変数がある場合には GLS でも起こることが知られています。多重極大値は検出されればアウトプットで注意されます。AR1 は正確な大域極大になるように効率的に反復します。EXACTML は、ヤコービアンが含まれると多重局所極大値になる場合が少ないことが知られているので、通常格子探索を省略します。

RMIN=は、(OBJFN=GLS or METHOD=MLGRID が用いられたとき) 初期格子探索での系列相関パラメータ ρ の最小値を指定します。既定値は -0.9 です。

RMAX=は、格子探索法での ρ の最大値を指定します。既定値は、OBJFN=GLS では 1.05、あるいは METHOD=MLGRID では 0.95 です。

RSTEP=は、 ρ に対する格子探索で用いられる刻みを指定します。既定値は $\rho = .8$ までは 0.1 です。その後 .85, .9, .95 の値が用いられ、OBJFN=GLS のときさらに .9999, 1.0001 と 1.05 が用いられます。これらの最後の3つの値は $\rho > 1$ のとき極大値を見つけるのに役立ちます。これは ρ が 1 より小さいところより始めたとき、通常はイタレーション中に達することはありません。

RSTART=は、イタレーション法での ρ の初期値を指定します。通常は OBJFN=EXACTML に対しては 0 が用いられますが、真の答えに近い値を選べば収束がそれだけ早くなります。RSTART は OBJFN=GLS に対する既定の格子探索法を書き換える場合に用いることができますが、多重局所極大値は検出されません。

TSCS/NOTSCS は、FREQ(PANEL) コマンドが有効なとき (従って、TSCS が既定オプション) か、SMPL ギャップをクロスセクションデータの単位ごとに設定するときに、時系列-クロスセクションデータに対して EXACTML 推定を指定します。(以下の例を参照して下さい)。OBJFN=GLS はパネルデータに対しては使えません。

(廃止) WEIGHT=は以前の AR1 コマンドのオプションで、すでにサポートされていません。ウェイトを導入する代わりに ML あるいは LSQ コマンドを使ってください。

非線型オプションは本マニュアルで NONLINEAR の項に説明があります。HITER/HCOV=N (2 次微分、既定) と G (1 階微分) の両方が利用できます。イタレーションを避けるためと、イタレーションの精度を向上することなしに単純な格子探索を行うために、MAXIT=0 を使うことができる。さらに、AR1 は特別な既定値 TOL=1E-6(.000001) を使っている。

AR1

例:

この例は、誤差項に系列相関のある消費関数の推定例であり、まず最尤法で推定し、ついで尤度が単峰であることを確かめるために、 ρ をグリッドサーチする例です¹⁾。

```
AR1(PRINT) CONS C GNP ;
AR1(METHOD=MLGRID,RSTEP=0.05) CONS C GNP ;
```

次の3つの推定式は正確に同じであり、操作変数がある場合のFAIRオプションを示しています。

```
SMPL 11,50;
AR1(INST=(C,G,TIME,LM)) CONS C GNP;
AR1(NOFAIR,INST=(C,G,TIME,LM,GNP(-1),CONS(-1))) CONS C GNP;
FORM(NAR=1,PARAM,VARPREF=B) EQAR1 CONS C GNP;
SMPL 12,50;           ? Drop first observation, to match AR1(OBJFN=GLS)
LSQ(INST=(C,G,TIME,LM,GNP(-1),CONS(-1))) EQAR1;
```

ラグ付き従属変数 (EXACTMLに小標本バイアスがあるため、既定のOBJFN=GLS)

```
AR1 CONS C GNP CONS(-1);
```

時系列とクロスセクションのデータで、10年間で3つのクロスセクションユニットと固定効果がある

```
SMPL 1,30;
FREQ(PANEL,T=10);
TREND OBS;
FIRM=1+INT((OBS-1)/10);
DUMMY FIRM FIRMS; ?FIRM1-FIRM3のダミー変数を作成し、FIRMSリストに保存
AR1 SALES FIRMS ADV POP GNP;
```

アウトプット:

AR1 コマンドは多くの結果を出力します。方程式のタイトルと目的関数が最初にプリントされます。PRINT オプションがONなら、続いて各オプションの値、すべての係数の初期値、すべての係数の各反復過程におけるアウトプット、そして ρ のグリッド値と目的関数が出力されます。

続いて、OLSQ コマンドで説明したような通常の回帰分析の結果が出力されます。回帰統計量は当てはめ値と残差から次の述べる方法で計算されます。

OLSQ や INST コマンドと同様に、係数の推定値の表が出力されます。RHO は常に表の最後係数になります。右辺にラグ付き従属変数があっても、標準誤差は常に一致推定値であることが保証されています。当てはめ値 ($\hat{y} = @FIT$) と残差 ($e_t = @RES$) は次のように計算されます。

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= X_t b && \text{for } t = 1 \text{ (OBJFN=EXACTML)} \\ \hat{y}_t &= X_t b + \hat{\rho} * (y_{t-1} - X_{t-1} b) && \text{for } t > 1 \\ e_t &= y_t - \hat{y}_t\end{aligned}$$

AR1 コマンドは、あとで利用するために推定結果をデータ領域に保存します。次の表は、AR1 コマンドで利用可能な推定結果を示しています。計算値と残差はRESID オプションが指定されている (既定値) ときだけ保存されます。ただし、係数の数は、ラグ付き従属変数が説明変数に含まれる場合は、 ρ も含んだものとなります。

¹⁾この探索は既定の OBJFN=EXACTML では不必要であろう。

名前	タイプ	長さ	変数の記述
@RNMS	リスト	方程式数	右辺の変数名
@LHV	リスト	1	従属変数名
@RHO	スカラー	1	収束時の ρ の推定値
@SSR	スカラー	1	残差平方和
@S	スカラー	1	方程式の標準誤差
@YMEAN	スカラー	1	従属変数の平均
@SDEV	スカラー	1	従属変数の標準偏差
@NOB	スカラー	1	データ数
@DW	スカラー	1	ダービン・ワトソン比
@RSQ	スカラー	1	決定係数 (R^2)
@ARSQ	スカラー	1	自由度修正済み決定係数 ($\bar{R}^2$)
@LOGL	スカラー	1	対数尤度
@COEF	ベクトル	方程式数	計算されたパラメータの値
@SES	ベクトル	方程式数	計算されたパラメータの標準偏差
@T	ベクトル	方程式数	t 統計量
@VCOV	行列	方程式数×方程式数	計算されたパラメータの共分散行列
@RES	系列	観測値数	モデルの残差
@FIT	系列	観測値数	従属変数の計算値

回帰で PDL 変数が含まれている場合は, @SLAG,@MLAG,@LAGF も保存されます (詳細は OLSQ を参照).

方法:

AR1 可能な多重局所極大値の場所を探すのに最初に格子探索法を用います (OBJFN=GLS に対して適切なときに). 次に 2 次微分で大域極大値に効率的にイタレートします. 尤度関数と初期観測値の扱いは Davidson and MacKinnon(1993) に完全に記述されています.

参考文献:

Beach, Charles M. and James G. MacKinnon, "A Maximum Likelihood Procedure for Regression with Autocorrelated Errors," **Econometrica**, 46, 1978, pp.51-58.

Buse, A., "Efficient Estimation of a structural Equation with First Order Autocorrelation," **Journal of Quantitative Economics**, 5, January 1989, pp. 59-72.

Cochrane, D. and G. H. Orcutt, "Application of Least Squares Regression to Relationships containing Autocorrelated Error Terms," **JASA**, 44, 1949, pp.32-61.

Davidson, Russell, and James G. MacKinnon, "Estimating the Covariance Matrix for Regression Models with AR(1) Errors and Lagged Dependent Variables," **Econometric Letters**, 6, 1980, pp.119-123.

Dufour, J-M, Gaudry, M. J.I. and Liem, T.C., "The Cochrane-Orcutt Procedure: Numerical Examples of Multiple Admissible Minima," **Economic Letters** 6, 1980, pp.507-516.

Fair, Ray C., "The Estimation of Simultaneous Equation Models with Lagged Endogenous Variables and First Order Serially Correlated Errors," **Econometrica**, 38, 1970, pp.507-516.

Fair, Ray C., **Specification, Estimation and Analysis of Macroeconomic Models**, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1984.

Hildreth, C. and J. Y. Lu, "Demand Relations with Autocorrelated Disturbances," Research Bulletin 276, Michigan State University Agricultural Station, 1960.

Judge et al, **The Theory and Practice of Econometrics**, John Wiley & Sons, 1981, chapter 5.

Maddala, G. S., **Econometrics**, McGraw Hill Book Company, New York, 1977, pp.274-291.

Pindyck, Robert S., and Daniel L. Rubinfeld, **Econometric Models and Economic Forecasts**, McGraw Hill Book Company, New York, 1976, pp.106-120.

Prais, S.J. and Winsten, C.B., "Trend Estimators and Serial Correlation," **Cowles Commision Discussion Paper No. 373**, Chicago, 1954.

Rao, P. and Z. Griliches, "Small Sample Prperties of Several Two-Stage Regression Methods in the Context of Auto-Correlated Errors," **JASA**, 64, 1969, pp.253-272.