

補論

平成 29 年 12 月 13 日更新

3.11 付録 (続き)

線形制約の仮説検定の計算方法

ここでは線形制約の仮説検定の計算方法について説明をします.

具体的には

- (1) 制約のない重回帰モデルをあてはめてその残差平方和を RSS_U とします.
- (2) 帰無仮説の制約を満たす重回帰モデルをあてはめてその残差平方和を RSS_R とします.
- (3) $F = \frac{(RSS_R - RSS_U)/k}{RSS_U/(n-p-1)}$ を用いて $F > F_\alpha(k, n-p-1)$ ならば H_0 を有意水準 α で棄却します.

とします.

RSS_U と RSS_R との間には

$$RSS_R = RSS_U + (RSS_R - RSS_U) \geq RSS_U$$

という関係がありますが, 帰無仮説 H_0 が正しければ $(RSS_R - RSS_U)$ は小さくなり, F 値は小さくなります¹.

回帰係数の一部に関する仮説検定

例えば帰無仮説を

$$H_0 : \beta_{p-k+1} = \beta_{p-k+2} = \cdots = \beta_p = 0, \quad k < p$$

とし, 対立仮説を

$$H_1 : \text{少なくとも1つの } j \text{ について } \beta_{p-k+j} \neq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

とします.

- (1) まず制約のないモデル

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots + \beta_p X_{pi} + \epsilon_i$$

を最小二乗法であてはめ, 残差平方和を RSS_U とします.

¹ RSS_U と $RSS_R - RSS_U$ は独立で

$$\frac{(RSS_R - RSS_U)/k}{\sigma^2} \sim \chi^2(k), \quad \frac{RSS_U/(n-p-1)}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-p-1)$$

となり, 帰無仮説 H_0 の下では $F \sim F(k, n-p-1)$ となります.

(2) 次に制約のもとでのモデル

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots + \beta_{p-k} X_{p-k,i} + \epsilon_i$$

を最小二乗法であてはめ, 残差平方和を RSS_R とします.

(3) $F > F_\alpha(k, n-p-1)$ ならば H_0 を有意水準 α で棄却します.

生産関数の一次同次性の仮説検定

例3.1のコブ・ダグラス型の生産関数において帰無仮説を $H_0: \beta_1 + \beta_2 = 1$, 対立仮説を $H_1: \beta_1 + \beta_2 \neq 1$ として, 仮説検定を行ってみましょう ($k = 1$ 個の制約式).

(1) まず制約のないモデル

$$\log Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log K_i + \beta_2 \log L_i + \epsilon_i$$

をあてはめ, 残差平方和を RSS_U とします.

(2) 次に制約のもとでモデルをあてはめます. H_0 の $\beta_1 + \beta_2 = 1$ を代入すると

$$\log Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log K_i + (1 - \beta_1) \log L_i + \epsilon_i$$

となりますから, これを整理すると

$$\log Y_i - \log L_i = \beta_0 + \beta_1 (\log K_i - \log L_i) + \epsilon_i$$

$$\log(Y_i/L_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(K_i/L_i) + \epsilon_i$$

となりますので $\log(Y_i/L_i)$ を被説明変数, $\log(K_i/L_i)$ を説明変数として最小二乗法を行い, 残差平方和を RSS_R とします.

(3) $F > F_\alpha(k, n-p-1)$ ならば H_0 を有意水準 α で棄却します.

構造変化の仮説検定

構造変化の検定を行うためには, 重回帰

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \cdots + \beta_q X_{qt} + \alpha_0 D_t + \alpha_1 (D_t X_{1t}) + \cdots + \alpha_q (D_t X_{qt}) + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, n,$$

を考えます. ただし

$$D_t = \begin{cases} 0 & t = 1, \dots, m \text{ のとき,} \\ 1 & t = m + 1, \dots, n \text{ のとき,} \end{cases}$$

とします. 帰無仮説 H_0 , 対立仮説 H_1 を

$$H_0: \alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0, \quad H_1: \text{少なくとも一つの } j \text{ について } \alpha_j \neq 0$$

として ($k = q + 1$ 個の線形制約式), 回帰係数の一部が0であるという検定を行います.

同様にグレンジャー因果性の仮説検定も回帰係数の一部が0であるという仮説検定を行うことができます.

参考図書

- 山本拓・竹内明香 (2013) 『入門計量経済学』 新世社
- 山本拓 (1995) 『新経済学ライブラリ 計量経済学』 新世社
- 森棟公夫 (2005) 『基礎コース 計量経済学』 新世社